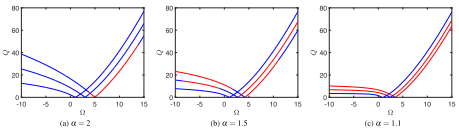
Analisis Kestabilan dan Dinamika pada Persamaan Schrödinger Nonlinear Fraksional dengan Jebakan Harmonik

Riset Internasional ITB Tahun 2026

Rudy Kusdiantara[1], Arnasli Yahya[1], Prama Setia Putra[1], Isa Anshori[2]
[1]FMIPA [2]STEI

Abstrak

Dispersi fraksional mengubah keseimbangan antara nonlinearitas dan jebakan harmonik. Penelitian ini menghubungkan solusi stasioner, kestabilan spektral, dan dinamika waktu pada persamaan Schrödinger nonlinear fraksional. Metode Fourier pseudospektral dan simulasi langsung menunjukkan bahwa penurunan orde fraksional menggeser bifurkasi serta mempersempit dan memecah jendela kestabilan mode eksitasi. Rezim *focusing* lebih rentan terhadap deformasi dan hilangnya koherensi, sedangkan *defocusing* mempertahankan lokalisasi pada rentang parameter yang lebih luas [1].



Gambar 1. Cabang solusi pada $\alpha = 2$, 1.5, dan 1.1. Biru: stabil. Merah: tidak stabil. Sumber: [1], Gbr. 1.

Kata kunci: Schrödinger fraksional, kestabilan spektral, bifurkasi, dinamika nonlinear.

Pendahuluan

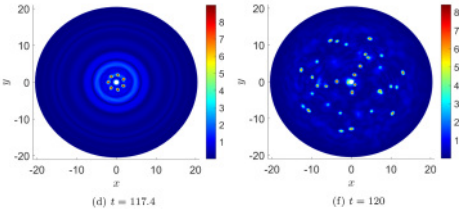
Operator Laplacian fraksional memodelkan dispersi taklokal yang relevan bagi optika nonlinear, kondensat Bose–Einstein, dan transport anomal. Jebakan harmonik membatasi gelombang tanpa menghilangkan pengaruh nonlokalitas.

Pertanyaan penelitian

Bagaimana orde fraksional mengubah struktur solusi dan kestabilannya? Sejauh mana spektrum hasil linearisasi dapat menjelaskan evolusi nonlinear setelah perturbasi?

Pengembangan ke sistem dua dimensi

Luaran pendamping mengkaji NLS pada domain berlubang dengan penggerak batas. Muatan azimutal memicu pecahnya simetri dan pelepasan struktur lokal *pearls* [2].



Gambar 2. Pembentukan *pearls* pada $t = 117.4$ (kiri) dan $t = 120$ (kanan), untuk $m = 2$. Sumber: [2], Gbr. 9(d,f).

Metode Penelitian

Model dan parameter

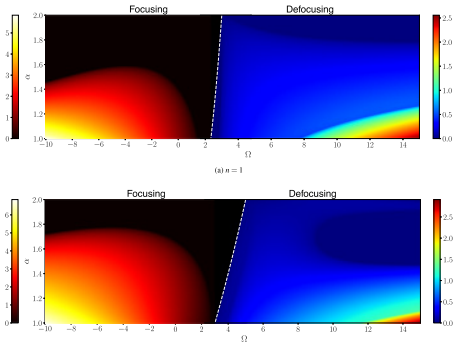
$$i\partial_t\psi = (-\partial_x^2)^{\alpha/2}\psi + x^2\psi - \sigma|\psi|^2\psi.$$

$1 < \alpha \leq 2$. Parameter α mengatur nonlokalitas. $\sigma = +1$ menyatakan *focusing* dan $\sigma = -1$ menyatakan *defocusing*.

1. Solusi stasioner. Gunakan $\psi = e^{-i\Omega t}\Phi(x)$, diskretisasi Fourier pseudospektral, dan kontinuasi terhadap frekuensi Ω.

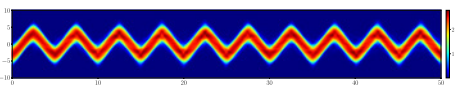
2. Kestabilan spektral. Linearisasi di sekitar Φ menghasilkan masalah eigen. Nilai $\mathrm{Re}(\lambda) > 0$ menandai pertumbuhan perturbasi.

3. Validasi dinamika. Integrasi *split-step* dan *exponential time-differencing* menguji prediksi spektral. Diagnostik mencakup massa, pusat massa, variansi, dan deformasi profil.

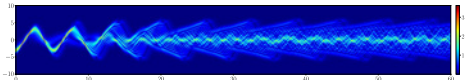


Gambar 3. Peta kestabilan mode $n = 1$ (atas) dan $n = 2$ (bawah). Warna menunjukkan laju pertumbuhan instabilitas. Garis putus-putus menandai batas bifurkasi. Sumber: [1], Gbr. 9.

Validasi melalui evolusi waktu



Defocusing: paket gelombang tetap terlokalisasi.



Focusing: profil terdeformasi dan menyebar.

Gambar 4. Evolusi $|\psi(x,t)|$ pada $\alpha = 1.5$, $n = 0$, dengan pergeseran awal $h = 3$. Atas: $\Omega = 7$. Bawah: $\Omega = -2$. Sumber: [1], Gbr. 11(a) dan 12(a).

Hasil dan Pembahasan

Nonlokalitas mengubah bifurkasi

Penurunan α menggeser cabang bifurkasi. Profil *focusing* menajam dan lebih sensitif, sedangkan *defocusing* melebar [1].

Mode eksitasi lebih rentan

Keadaan dasar stabil secara spektral pada parameter yang dipetakan. Mode eksitasi memiliki interval stabil yang menyempit dan terfragmentasi ketika dispersi semakin nonlokal. Rezim *defocusing* mempertahankan jendela stabil yang lebih luas [1].

Spektrum menjelaskan dinamika

Simulasi menghubungkan instabilitas dengan osilasi terbatas, *breathing*, deformasi, dan hilangnya koherensi. Respons terhadap pergeseran awal membedakan ketahanan kedua rezim (Gambar 4). Kestabilan spektral lokal tidak menjamin ketahanan terhadap perturbasi berhingga [1].

Kesimpulan

Orde fraksional mengatur kestabilan gelombang terperangkap. Kontinuasi cabang dan simulasi waktu menjelaskan transisi dinamika secara konsisten.

Pengembangan berikutnya mencakup analisis dekat limit linear dan dimensi lebih tinggi.

Luaran publikasi

[1] Chaos 36, 033109 (2026)
Rudy Kusdiantara dkk.
Spectral and dynamical properties of the fractional nonlinear Schrödinger equation under harmonic confinement.
doi:10.1063/5.0307515
Q1; persentil ke-89

[2] Physical Review E
113, 064204 (2026)
Rudy Kusdiantara dkk.
Pearl supratransmission in a boundary-driven two-dimensional nonlinear Schrödinger equation with a hole.
doi:10.1103/d4l3-yx9z
Q1; persentil ke-82

Pendanaan dan kolaborasi

Riset Internasional ITB 2026, Direktorat Riset dan Inovasi ITB.
ID proyek: FMIPA.PN-6-126-2026
Kolaborasi publikasi dengan Hadi Susanto, Khalifa University, Uni Emirat Arab.